

**Контрольные вопросы к кандидатскому экзамену по дисциплине  
«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»**

1. Понятие модели, моделирования. Предметные, аналоговые и математические модели. Общая схема метода моделирования сложных систем.
2. Метод математического моделирования. Классификация моделей. Современные архитектуры для высокопроизводительных вычислений. Примеры задач математического моделирования для суперЭВМ.
3. Построение стационарной модели по дискретному набору данных. Связь задачи идентификации параметров стационарной модели типа “черный ящик” с задачей интерполяции и задачей наилучшего приближения функции.
4. Системы Чебышева. Определение системы Чебышева. Основные вопросы теории интерполирования. Примеры.
5. Линейная интерполяция. Практический способ интерполяции. Прямое построение интерполяционного многочлена Лагранжа и тригонометрического интерполяционного многочлена.
6. Разделенные разности. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Интерполяция с кратными узлами. Многочлены Эрмита. Задачи на построение эрмитовых сплайнов.
7. Метод наименьших квадратов. Идея метода. Общая постановка задачи наилучшего приближения в гильбертовом пространстве. Неравенство Коши–Буняковского. Матрица Грама. Процесс ортогонализации Шмидта.
8. Интерполяционный и сглаживающий сплайны. Прямое построение кубического сплайна Эйлера. Граничные условия. Принцип минимума потенциальной энергии.
9. Равномерное приближение. Постановка задачи равномерного приближения. Существование решения. Единственность (теорема Хаара). Теорема Чебышева об альтернансе. Восстановление элемента наилучшего равномерного приближения по заданному альтернансу. Алгоритм построения альтернанса.
10. Идентификация параметров нестационарной модели. Общая схема математического моделирования процесса с учетом эффектов памяти на основе дифференциальных и интегральных уравнений. Модель Больцмана–Вольтера. Примеры моделей.
11. Интегральные преобразования. Ортонормированная система тригонометрических функций. Вычисление коэффициентов ряда Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование. Понятие оконного преобразования. Вейвлет–преобразование. Примеры.
12. Обобщенные функции медленного роста. Обобщенные производные. Преобразование Фурье обобщенных функций. Вычисление прямого и обратного преобразований для дельта-функции Дирака и ее производной. Преобразование Фурье тригонометрических функций.
13. Преобразование Лапласа. Определение и общие свойства преобразования Лапласа. Обратное преобразование (формула Меллина). Способы вычисления обратного преобразования. Понятие свертки двух функций. Преобразование Лапласа от свертки.

14. Дискретное преобразование Фурье. Алгоритм быстрого преобразования Фурье. Связь с непрерывным преобразованием. Теорема Котельникова–Шеннона. Условие Найквиста. Примеры.
15. Модели типа Вольтера. Интегральная зависимость выходного сигнала от входного сигнала. Условие периодичности модели. Разностное ядро. Передаточная функция. Коэффициент усиления и фаза. Идентификация параметров модели по результатам испытаний. Случай многоканального входа и выхода.
16. Дифференциальные модели. Общий вид модели, описываемой системой линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение преобразования Лапласа. Собственные и присоединенные векторы. Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянного вектора. Примеры моделей.
17. Понятие положения равновесия автономной системы. Классификация положений равновесия системы линейных автономных дифференциальных уравнений на плоскости. Случай различных действительных собственных чисел: устойчивый и неустойчивый узлы, седло. Случай кратного собственного числа: неустойчивые и устойчивые дикритический и вырожденный узлы. Случай комплексно-сопряженных собственных чисел: неустойчивый и устойчивый фокусы, центр.
18. Небесная механика. Законы Кеплера. Закон всемирного тяготения Ньютона. Уравнения движения планет Солнечной системы.
19. Ограниченная задача двух тел: невозмущенное движение искусственного спутника Земли. Первые интегралы. Уравнение Кеплера. Возмущенное движение искусственного спутника Земли.
20. Сплошная vs. несплошная (а какая?) среда. Вязкость vs. идеальность. Элеровы vs. Лагранжевы координаты. Ламинарное vs. турбулентное течение.
21. Интегральный vs. локальный параметр сплошной среды. Закон сохранения vs. балансовое соотношение параметра сплошной среды. Замкнутые модель идеальной vs. вязкой сплошной среды.
22. Осреднение полной модели сплошной среды по пространству vs. по времени. Влияние границы. Модели теплопроводной сплошной среды.
23. Теория упругости. Тензоры напряжений и деформаций. Инварианты тензоров. Уравнения движения. Закон Гука. Система уравнений Ламе.
24. Упругие волны. Продольные и поперечные волны. Поверхностные волны Рэлея. Волны Лява.
25. Особенности применения метода конечных разностей для моделирования движения сплошной среды.
26. Метод конечных объемов и численное моделирование сплошной среды. Пакеты прикладных программ, моделирования сложных движений сплошной среды.
27. Метод конечных элементов и его применение к задачам теории упругости. Лагранжевы vs. эрмитовы конечные элементы.

## **Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература**

1. А.А. Самарский, А.П. Михайлов. Математическое моделирование. М.: Физматлит, 2004.
2. Ю.Ю. Тарасевич. Математическое и компьютерное моделирование. Изд-во Либроком, 2012.
3. Звонарев, С.В. Основы математического моделирования: учебное пособие / С.В. Звонарев. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2019. — 112 с.
4. Дж. Мейз. Теория и задачи механики сплошных сред. М.: Либроком, 2010.

### **Дополнительная литература**

1. М.П. Галанин, Е.Б. Савенкова. Методы численного анализа математических моделей. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010.
2. В.И. Арнольд. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Изд-во МЦНМО, 2012.
3. O. Sadovskaya, V. Sadovskii. Mathematical Modeling in Mechanics of Granular Materials / Ser.: Advanced Structured Materials, V. 21. Heidelberg – New York – Dordrecht – London: Springer, 2012.