

**Контрольные вопросы к кандидатскому экзамену по дисциплине
«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»**

1. Разделение переменных на примере первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
2. Преобразования Лапласа для решения ОДУ.
3. Инвариантные и частично инвариантные решения уравнений с частными производными.
4. Дифференциально-инвариантные решения.
5. Метод определяющих уравнений.
6. Псевдоспектральный и τ -методы.
7. Метод Рунге.
8. Метод Петрова – Галёркина.
9. Инвариантные краевые задачи на примере уравнений, описывающих движение жидкости с границей раздела.
10. Инвариантные многообразия и системы Пфаффа
11. Инвариантность и группы преобразований
12. Инвариантные решения моделей механики жидкости
13. Характеристики уравнений второго порядка и их инварианты
14. Применение инвариантов характеристик к интегрированию уравнений
15. второго порядка
16. Характеристики систем уравнений первого порядка и их инварианты
17. Инвариантные формы и тензоры
18. Преобразования конечного порядка и эквивалентность уравнений
19. Каскадный метод Лапласа интегрирования линейных уравнений с частными производными
20. Законы сохранения математических моделей
21. Тензоры и операции над ними.
22. Представление тензоров 2-го ранга.
23. Свойства изотропных тензорных функций. Тождество Гамильтона–Кели.
24. Символы Кристоффеля и их свойства.
25. Дифференцирование тензоров.
26. Свойства тензора Римана.
27. Дифференцирование по параметру тензоров и интегральных выражений от них.
28. Законы сохранения. Непрерывные движения.
29. Тензор напряжений и тензор деформаций.
30. Сильные разрывы.
31. Динамика жидкостей, основные аксиомы.
32. Закон Гука.
33. Пластические течения.
34. Разделение переменных на примере первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
35. Преобразования Лапласа для решения ОДУ.
36. Инвариантные и частично инвариантные решения уравнений с частными производными.

37. Дифференциально-инвариантные решения.
38. Метод определяющих уравнений.
39. Псевдоспектральный и τ -методы.
40. Метод Ритца.
41. Метод Петрова – Галёркина.
42. Инвариантные краевые задачи на примере уравнений, описывающих движение жидкости с границей раздела.
43. Теорема о неподвижной точке. Случай нестроого сжимающего оператора.
44. Устойчивость неподвижных точек.
45. Теорема Каччополи.
46. Производная Фреше и её свойства.
47. Производная Гато и формула конечных приращений.
48. Теорема о неявном операторе.
49. Теорема Канторовича о сходимости метода Ньютона.
50. Модифицированный метод Ньютона.
51. Принцип Брауэра.
52. Принцип Шаудера.
53. Мнозначные отображения и теорема Какутани.
54. Теорема о минимаксе.
55. Монотонные операторы в регулярных конусах.
56. Теорема о неподвижной точке в гильбертовом пространстве для нерастягивающих операторов.
57. Степень отображения в конечномерном случае.
58. Степень Лере-Шаудера.
59. Вывод уравнения разветвления.
60. Ветвление для уравнения 2-го порядка.
61. Локальная теория бифуркаций.
62. Глобальная теория собственных функций.
63. Определение локальной однопараметрической группой Ли локальных преобразований пространства R^n . Определение орбиты и касательного векторного поля G_1 . Примеры групп переносов, растяжений, проективных преобразований.
64. Канонический параметр. Производная Ли. Инварианты группы G_1 . Базис инвариантов. Инфинитезимальный оператор.
65. Определение инвариантности многообразия (поверхности относительно группы преобразований). Определение дифференциального многообразия.
66. Точечные преобразования, их инфинитезимальный оператор. Оператор полного дифференцирования.
67. Определение продолженного оператора. Определяющие уравнения.
68. Определение коммутатора в векторном пространстве L_r . Алгебра Ли для L_r . Размерность, базис, структурные константы алгебры Ли.
69. Коммутатор инфинитезимальных операторов. Алгебра Ли операторов. Таблица коммутаторов, ее структурные особенности.

70. Определение инвариантности многообразия $\Psi: \psi(x)=0$, $\Psi \subset R^N$ относительно группы преобразований $G_r: x' = f(x,a)$, $x \in R^N$, $a \in \Delta \subset R^r$. Критерий инвариантности многообразия Ψ относительно G_r .
71. Определение инвариантного Н-решения (Н – подгруппа G_r) на многообразии Е. Степень полноты набора инвариантов группы Н.
72. Ранг инвариантных решений. Орбита многообразия Ψ . Ранг и дефект многообразия. Определение частично инвариантного Н-решения системы Е.
73. Группа эквивалентности $GE(t)$ для уравнения $E(\theta)$. Алгоритм отыскания группы эквивалентности. Определение ядра основных групп.
74. Задача групповой классификации. Описание алгоритма решения задачи групповой классификации.
75. Инвариантное дифференцирование и базис инвариантов. Дифференциально-инвариантные решения.
76. Группы Ли – Беклунда. Канонический оператор.
77. Прямая и обратная теорема Нётер.
78. Законы сохранения для групп Лоренца.
79. Техническая точность и управление ею на различных уровнях вычислительного процесса.
80. Число обусловленности СЛАУ. Особенности решения СЛАУ.
81. Особенности итерационных методов СЛАУ и уточнения обратной матрицы.
82. Оценка степенного базиса в задаче о наилучшем квадратичном приближении.
83. Специальные формы описания алгоритмов.
84. Формуляры и параллельные вычисления, подпроцессы.
85. Разностная аппроксимация, явные и неявные разностные схемы.
86. Свойства разностных схем и теорема Лакса.
87. Спектральный анализ устойчивости. Условие Куранта–Фридрихса–Леви.
88. Методы расщепления (переменных направлений, дробных шагов, прямых).
89. Задача о наилучшем приближении. Теорема об альтернансе.
90. Фундаментальные интерполяционные многочлены и приближения.
91. Эффекты насыщения методов приближения, класс насыщения.
92. Компакт насыщения, примеры насыщаемых алгоритмов.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

1. Владимиров В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – М.: Физматлит, 2003. (ИВМ СО РАН)
2. Ладыженская О. А. Краевые задачи математической физики / О. А. Ладыженская. – М.: Наука, 1973. (СФУ)
3. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.-Л. Лионс. – М.: Мир, 1972. (ИВМ СО РАН)
4. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В. П. Михайлов. – М.: Наука, 2004. (ИВМ СО РАН)

5. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л. С. Понтрягин. – М.: Наука, 2004 (и последующие издания). (ИВМ СО РАН)
6. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1963 (и последующие издания). (ИВМ СО РАН)
7. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М.: ГИТТЛ, 2008 (и последующие издания). (ИВМ СО РАН)
8. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения / Ф. Трикоми. – М.: Изд-во иностр. лит., 2005. (ИВМ СО РАН)
9. Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. – М.: Наука, 2003. (ИВМ СО РАН)
10. Филиппов А. Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А. Ф. Филиппов. – М.: Физматлит, 2007. (ИВМ СО РАН)

Дополнительная литература

1. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В. И. Арнольд. – М.: Наука, 1971. (ИВМ СО РАН)
2. Гаевский Х. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / Х. Гаевский, К. Грегер, К. Захариас. – М.: Мир, 1978. (ИВМ СО РАН)
3. Денисов А. М. Введение в теорию обратных задач: Учебн. пособие / А. М. Денисов. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 208 с. (ИВМ СО РАН)
4. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровский. – М.: Наука, 1961. (СФУ)
5. Тихонов А. Н. Дифференциальные уравнения / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников. – М.: Наука, 1985. (СФУ)
6. Шубин М. А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория / М. А. Шубин. – М.: Наука, 1978. (ИВМ СО РАН)