Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«Федеральный исследовательский центр «Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук»
(КНЦ СО РАН, ФИЦ КНЦ СО РАН)

УТВЕРЖДАЮ:
Директор ФИЦ КНЦ СО РАН
__________________А.А. Шпедт
«23» марта 2022г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

«Дифференциальные уравнения и математическая физика»

для поступающих на обучение по образовательной программе высшего образования – программе подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре ФИЦ КНЦ СО РАН

по научной специальности
1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Красноярск 2022

1 Общие положения

Настоящая программа сформирована на основе федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре и определяет общее содержание вступительного испытания по специальной дисциплине «Дифференциальные уравнения и математическая физика» при приеме на обучение по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук».

Вступительное испытание по специальной дисциплине «Дифференциальные уравнения и математическая физика» нацелено на оценку знаний лиц, поступающих на программу подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, полученных ими в ходе освоения программ специалитета и (или) магистратуры, и на отбор среди поступающих лиц, наиболее способных и подготовленных к научной и научно-исследовательской деятельности, имеющих потенциал в части генерирования новых идей при решении исследовательских задач и подготовки диссертации на соискание ученой степени кандидата наук.

2 Форма проведения вступительного испытания

Вступительное испытание проводится на русском языке в устной форме. Экзаменационный билет содержит три теоретических вопроса. Вопросы соответствуют содержанию вступительного испытания.

3 Содержание программы

Настоящая программа базируется на следующих дисциплинах: Математический анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики / уравнения в частных производных, алгебра, функциональный анализ, методы вычислений, прикладные вопросы функционального анализа, основы мат. статистики и теории вероятности.

I. Элементы линейной алгебры

Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Матрицы, определители. Собственные числа и собственные вектора. Ранг матрицы. Теорема Кронекера — Капелли. Билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.

II. Элементы математического анализа

Равномерная сходимость последовательностей функций и функциональных рядов.

Интеграл Римана, условия интегрируемости функции по Риману. Интеграл Лебега (основная конструкция и отличие от интеграла Римана).

Ряды Фурье и их сходимость.

Топологические, метрические, нормированные и банаховы пространства. Примеры. Гильбертовы пространства. Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Хана — Банаха, принцип равномерной ограниченности, теорема Банаха об обратном операторе). Компактные и вполне непрерывные операторы. Принцип сжимающих отображений.

Функции комплексного переменного, их дифференцируемость. Примеры. Конформные отображения.

Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки.

Вычеты и их свойства.

Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

III. Дифференциальные уравнения

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (Пикара). Теорема Пеано (без доказательства). Теорема о продолжении решения. Случай линейных уравнений.

Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений по начальным условиям и параметрам. Уравнения в вариациях.

Линейные системы. Определитель Вронского. Теорема Лиувилля для уравнений 2-го порядка. Метод вариации постоянных.

Решение систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Решение задачи Коши для уравнения 1-го порядка с частными производными.

Уравнения с частными производными. Порядок системы уравнений. Характеристики систем уравнений 1-го порядка. Нормальные системы уравнений и задача Коши. Теорема Коши — Ковалевской (без доказательства). Классификация линейных уравнений 2-го порядка и их приведение к каноническому виду.

Основные уравнения математической физики. Постановки начально-краевых задач.

Решение смешанных задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности методом разделения переменных (метод Фурье).

Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Функция Грина задачи Дирихле и ее свойства.

Гармонические функции и их свойства: теорема о среднем, принцип максимума, теорема Лиувилля, теорема об устранимости особенности.

Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Единственность решения и условия разрешимости.

Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Решение задачи Коши в различных классах начальных функций.

Решение задачи Коши для волнового уравнения методом преобразования Фурье. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа, их физический смысл.

Пространства Соболева $H^l(\Omega)$ и их свойства.

Обобщенные решения краевых и начально-краевых задач для линейных уравнений 2-го порядка общего вида: эллиптического, гиперболического и параболического. Применение метода Галёркина.

Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: Эйлера, Рунге — Кутта, Адамса, стрельбы, прогонки.

Численные методы решения задач математической физики: бегущего счета (гиперболические уравнения), явные и неявные схемы (параболические уравнения), итерационные методы (уравнение Лапласа).

IV. Динамические системы и оптимальное управление

Общие свойства динамических систем. Особые точки линейных систем на плоскости. Устойчивость по Ляпунову.

Простейшие задачи вариационного исчисления. Задача Лагранжа. Достаточные условия слабого экстремума. Принцип максимума Понтрягина.

4 Критерии оценивания ответов поступающих

Результаты вступительного испытания определяются оценками по пятибалльной шкале (от 2 до 5 баллов). Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания – 3 балла (удовлетворительно).

Оценка «отлично» – 5 баллов	Ясный, точный, уверенный и исчерпывающий ответ на все вопросы экзаменационного билета. Глубокое знание всего материала. Свободное владение понятийным аппаратом, научным языком и терминологией. Логически правильное и убедительное изложение ответа.
Оценка «хорошо» – 4 балла	Ясный и уверенный ответ на все вопросы билета. Знание ключевых проблем и основного содержания материала. Умение оперировать понятиями по своей тематике. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.
Оценка «удовлетворительно» – 3 балла	Ответ на все вопросы билета, требующий существенных дополнений. Недостаточно логичное и аргументированное изложение ответа. Фрагментарные, поверхностные знания материала. Затруднения с использованием понятийного аппарата и терминологии.
Оценка «неудовлетворительно» – 2 балла	Отсутствие ответа на вопросы билета; ответ только на один из вопросов; попытка ответа на все вопросы без раскрытия основного содержания; подмена ответа на вопросы экзаменационного билета ответом на смежные вопросы. Полное

	незнание либо отрывочное представление о материале. Неумение оперировать понятиями по своей тематике. Неумение логически определенно и последовательно излагать ответ.

5 Список рекомендуемой литературы

1. Боровков А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков. — М.: Физматлит, 2007.
2. Владимиров В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — М.: Физматлит, 2003.
3. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — М.: Физматлит, 2006.
4. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т. / Л. Д. Кудрявцев. — М.: Высшая школа, 1985.
5. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. — М.: Лань, 2007.
6. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры / А. И. Мальцев. — М.: Лань, 2009.
7. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В. П. Михайлов. — М.: Наука, 1983.
8. Михлин С. Г. Курс математической физики / С. Г. Михлин. — СПб.: Лань, 2002. — 576 с.
9. Никольский С. М. Курс математического анализа. В 2 т. / С. М. Никольский. — М.: Физматлит, 2001.
10. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровский. — М.: Наука, 1970.
11. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин. — М.: Наука, 1976.
12. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И. И. Привалов. — М.: Лань, 2009.
13. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — М.: ГИТТЛ, 2008 (и последующие издания).
14. Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. — М.: Наука, 2003.

Согласовано:

Заведующий кафедрой фундаментальных дисциплин и методологии науки — В.В. Минеев

Заведующий аспирантурой — Е.В. Нефедова

Декан факультета подготовки кадров — А.Н. Кокорин