Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный исследовательский центр «Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук»

УТВЕРЖДАЮ:
Зам. директора ФИЦ КНЦ СО РАН
_______________ Н.В. Чесноков
«__» _______________ 2018 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

для поступающих на обучение по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки кадров высшей квалификации

01.06.01 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

Направленность (профиль) подготовки

01.01.02 «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Красноярск 2018

Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальной дисциплине по направлению 01.06.01 Математика и механика по научной специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. - Красноярск.: ФИЦ КНЦ СО РАН, 2018. – 6 с.

Составитель программы: д-р физ.-мат. наук, проф., зав. отделом дифференциальных уравнений механики В.К. Андреев

Программа разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования.

1. Общие положения

Программа предназначена для поступающих в аспирантуру Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук» (далее ФИЦ КНЦ СО РАН) по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика, по образовательной программе (специальности) 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Программа является руководящим учебно-методическим документом для целенаправленной подготовки к вступительному испытанию.

2. Форма проведения экзамена и критерии оценки

Вступительный экзамен проводится на русском языке в устной форме. Экзаменационный билет содержит три теоретических вопроса.

Результаты вступительного экзамена определяются оценками по пятибалльной шкале (от 2 до 5 баллов). Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания – 3 балла (удовлетворительно).

Критерии оценивания:

- Оценка 5 баллов «отлично» - ясный, точный, уверенный и исчерпывающий ответ на все вопросы экзаменационного билета. Теоретический материал освоен не менее чем на 90%;
- Оценка 4 балла «хорошо»- ясный, точный и уверенный ответ на все вопросы билета, требующий несущественных дополнений (ответ на 1-2 уточняющих вопроса в целом по билету). Теоретический материал освоен не менее чем на 80%;
- Оценка 3 балла «удовлетворительно»- ответ на все вопросы билета, требующий существенных дополнений (ответ на 2-4 уточняющих вопроса в целом по билету), при условии раскрытия основного содержания. Теоретический материал освоен не менее чем на 60%;
- Оценка 2 балла «неудовлетворительно»- отсутствие ответа на вопросы билета; ответ только на один из вопросов; попытка ответа на все вопросы без раскрытия основного содержания; подмена ответа на вопросы экзаменационного билета ответом на смежные вопросы (относящиеся к тем же темам); несанкционированный доступ к учебным материалам. Теоретический материал освоен менее чем на 60%.

3. Содержание программы

Настоящая программа базируется на следующих дисциплинах: Математический анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики / уравнения в частных производных, алгебра, функциональный анализ, методы вычислений, прикладные вопросы функционального анализа, основы мат. статистики и теории вероятности.

I. Элементы линейной алгебры

Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Матрицы, определители. Собственные числа и собственные вектора. Ранг матрицы. Теорема Кронекера — Капелли. Билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.

II. Элементы математического анализа

Равномерная сходимость последовательностей функций и функциональных рядов.

Интеграл Римана, условия интегрируемости функции по Риману. Интеграл Лебега (основная конструкция и отличие от интеграла Римана).

Ряды Фурье и их сходимость.

Топологические, метрические, нормированные и банаховы пространства. Примеры. Гильбертовы пространства. Три основных принципа линейного функционального анализа (теоремы Хана — Банаха, принцип равномерной ограниченности, теорема Банаха об обратном операторе). Компактные и вполне непрерывные операторы. Принцип сжимающих отображений.

Функции комплексного переменного, их дифференцируемость. Примеры. Конформные отображения.

Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряды Тейлора и Лорана. Изолированные особые точки.

Вычеты и их свойства.

Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

III. Дифференциальные уравнения

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (Пикара). Теорема Пеано (без доказательства). Теорема о продолжении решения. Случай линейных уравнений.

Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений по начальным условиям и параметрам. Уравнения в вариациях.

Линейные системы. Определитель Вронского. Теорема Лиувилля для уравнений 2-го порядка. Метод вариации постоянных.

Решение систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Решение задачи Коши для уравнения 1-го порядка с частными производными.

Уравнения с частными производными. Порядок системы уравнений. Характеристики систем уравнений 1-го порядка. Нормальные системы уравнений и задача Коши. Теорема Коши — Ковалевской (без доказательства). Классификация линейных уравнений 2-го порядка и их приведение к каноническому виду.

Основные уравнения математической физики. Постановки начально-краевых задач.

Решение смешанных задач для волнового уравнения и уравнения теплопроводности методом разделения переменных (метод Фурье).

Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Функция Грина задачи Дирихле и ее свойства.

Гармонические функции и их свойства: теорема о среднем, принцип максимума, теорема Лиувилля, теорема об устранимости особенности.

Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Единственность решения и условия разрешимости.

Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Решение задачи Коши в различных классах начальных функций.

Решение задачи Коши для волнового уравнения методом преобразования Фурье. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа, их физический смысл.

Пространства Соболева $H^l(\Omega)$ и их свойства.

Обобщенные решения краевых и начально-краевых задач для линейных уравнений 2-го порядка общего вида: эллиптического, гиперболического и параболического. Применение метода Галёркина.

Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: Эйлера, Рунге — Кутта, Адамса, стрельбы, прогонки.

Численные методы решения задач математической физики: бегущего счета (гиперболические уравнения), явные и неявные схемы (параболические уравнения), итерационные методы (уравнение Лапласа).

IV. Динамические системы и оптимальное управление

Общие свойства динамических систем. Особые точки линейных систем на плоскости. Устойчивость по Ляпунову.

Простейшие задачи вариационного исчисления. Задача Лагранжа. Достаточные условия слабого экстремума. Принцип максимума Понтрягина.

4. Список литературы

к I:

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. — М.: Лань, 2007.
2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры / А. И. Мальцев. — М.: Лань, 2009.

к II:

1. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. В 3 т. / Л. Д. Кудрявцев. — М.: Высшая школа, 1985.
2. Боровков А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков. — М.: Физматлит, 2007.
3. Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — М.: Физматлит, 2006.
4. Никольский С. М. Курс математического анализа. В 2 т. / С. М. Никольский. — М.: Физматлит, 2001.
5. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И. И. Привалов. — М.: Лань, 2009.

к III:

1. Владимиров В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — М.: Физматлит, 2003.
2. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В. П. Михайлов. — М.: Наука, 1983.
3. Михлин С. Г. Курс математической физики / С. Г. Михлин. — СПб.: Лань, 2002. — 576 с.
4. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — М.: ГИТТЛ, 2008 (и последующие издания).

к IV:

1. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровский. — М.: Наука, 1970.
2. Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. — М.: Наука, 2003.
3. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин. — М.: Наука, 1976.