

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«Федеральный исследовательский центр «Красноярский научный центр
Сибирского отделения Российской академии наук»
(КНЦ СО РАН, ФИЦ КНЦ СО РАН)**

УТВЕРЖДАЮ:

Директор ФИЦ КНЦ СО РАН



А.А. Шпедт

« 25 »



2022г.



**ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА
ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

«Вычислительная математика»

Научная специальность:

1.1.6 «Вычислительная математика»

Отрасль наук:

физико-математические науки

Красноярск 2022

1 Общие положения

Программа кандидатского экзамена разработана на кафедре фундаментальных дисциплин и методологии науки факультета подготовки кадров ФИЦ КНЦ СО РАН в соответствии со следующими документами:

- Приказом Министерства науки и высшего образования РФ от 20 октября 2021 г. №951 «Об утверждении федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов)»;
- Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней»;
- Положением о подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре ФИЦ КНЦ СО РАН;
- Порядком сдачи кандидатских экзаменов и прикрепления лиц к ФИЦ КНЦ СО РАН для сдачи кандидатских экзаменов;
- Паспортом научной специальности.

Цель проведения экзамена: оценить уровень знаний, умений и навыков в области вычислительной математики.

Экзамен по специальной дисциплине должен выявить уровень теоретической и профессиональной подготовки экзаменуемого, знание общих концепций и методологических вопросов данной науки, истории ее формирования и развития, фактического материала, основных теоретических и практических проблем данной отрасли знаний.

К кандидатскому экзамену допускаются лица, прикрепленные к ФИЦ КНЦ СО РАН для сдачи кандидатских экзаменов без освоения программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, и аспиранты, обучающиеся в ФИЦ КНЦ СО РАН по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (далее – экзаменуемые).

Кандидатский экзамен по дисциплине «Вычислительная математика»; проводится по билетам. Экзаменационный билет включает в себя три теоретических вопроса по данной научной специальности и отрасли науки, по которой подготавливается или подготовлена диссертация.

2 Содержание программы кандидатского экзамена

Абсолютная и относительная погрешности. Оценки погрешностей. Метод границ. Правила верных знаков. Вероятные оценки погрешности числовой величины.

Погрешность результата численного решения задачи. Решение прямой и обратной задач теории погрешностей. Вычисление погрешности функций при заданной погрешности аргументов. Определение допустимой погрешности аргументов при допустимой погрешности функций

Интерполяция. Метод Лагранжа. Метод сплайнов

Интерполяция функций с помощью многочлена Лагранжа. Интерполяция функций с помощью многочлена Ньютона. Интерполяция функций с помощью кубического сплайна

Численные методы решения нелинейных уравнений с одним неизвестным

Приближенное решение нелинейных уравнений методом деления отрезка пополам. Приближенное решение нелинейных уравнений методом простых итераций. Приближенное решение нелинейных уравнений методом хорд. Приближенное решение нелинейных уравнений методом Ньютона.

Задачи линейной алгебры. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса (схема единственного деления). Расчет определителя матрицы и обратной матрицы при помощи метода Гаусса. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента. Оценка числа обусловленности матриц. Решение системы линейных уравнений методом простых итераций. Решение системы линейных уравнений методом Зейделя

Численное интегрирование

Приближенное вычисление интеграла по квадратурным формулам Ньютона-Котеса (формулы прямоугольников, формула трапеций, формула Симпсона)

Основы численного решения дифференциальных уравнений

Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Приближенное решение задачи Коши методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

3. Перечень вопросов к кандидатскому экзамену по дисциплине «Вычислительная математика»

- 1 Метрические, нормированные, гильбертовы пространства. Метрические пространства. Непрерывные отображения. Компактные множества.
- 2 Принцип сжатых отображений, методы последовательных приближений и их приложения. Линейные, нормированные, банаховы и гильбертовы пространства.
- 3 Сильная и слабая сходимости. Задача о наилучшем приближении. Наилучшее равномерное приближение. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.
- 4 Линейные функционалы и операторы. Непрерывные линейные операторы. Норма и спектральный радиус оператора.
- 5 Сходимость операторов; ряд Неймана и условия его сходимости. Теоремы о существовании обратного оператора. Мера обусловленности линейного оператора и ее применение при замене точного уравнения (решения) приближенным.
- 6 Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Теорема Банаха—Штейнгауза и ее приложения. Теорема Рисса о представлении линейного ограниченного функционала (для гильбертова пространства). Спектр оператора. Сопряженные, симметричные, самосопряженные, положительно определенные, вполне непрерывные операторы и их спектральные свойства. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов, решения уравнений и нахождения собственных значений (методы Ритца, Бубнова—Галеркина, наименьших квадратов).
- 7 Дифференцирование нелинейных операторов, производные Фреше и Гато. Метод Ньютона, его сходимости и применение.
- 8 Пространства функций C , L_2 , L_p , W^1 . Обобщенная производная. Неравенства Пуанкаре—Стеклова—Фридрихса. Понятие о теоремах вложения.
- 9 Математические модели физических задач. Математические модели физических задач, приводящие к уравнениям математической физики. Основные уравнения математической физики; постановки задач. Корректно и некорректно поставленные задачи.
- 10 Обобщенное решение краевых задач для эллиптических уравнений. Дивергентная форма записи эллиптического оператора. Понятие об обобщенном решении. Основные свойства гармонических функций (формулы Грина, теоремы о среднем, принцип максимума). Фундаментальное решение и функция Грина для уравнения Лапласа.
- 11 Задача Коши. Задача Коши для уравнения теплопроводности и уравнения колебаний (в одномерном и многомерном случаях).
- 12 Фундаментальные решения. Характеристики. Понятие об обобщенных решениях. Обобщенные решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов; существование,

- единственность и непрерывная зависимость от данных задачи. Теорема Стеклова о разложении в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма—Лиувилля.
- 13 Численные методы алгебры. Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с полными матрицами и матрицами специального вида. Одношаговые итерационные методы.
 - 14 Чебышевские одношаговые итерационные методы. Оптимальный набор чебышевских параметров и вычислительная устойчивость. Трехчленные (двушаговые) чебышевские итерационные методы. Методы спуска и метод сопряженных градиентов.
 - 15 Приближение функций. Общие свойства систем ортогональных многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева; их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции.
 - 16 Быстрое дискретное преобразование Фурье. Интерполяция нелокальными и локальными сплайнами.
 - 17 Численное интегрирование. Интерполяционные квадратурные формулы. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы типа Гаусса. Многомерные квадратурные формулы. Понятие о методе Монте-Карло. Интегрирование сильно осциллирующих функций.
 - 18 Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Методы прогонки и стрельбы. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами. Понятие о жестких системах обыкновенных дифференциальных уравнений и методах их решения.
 - 19 Разностные и вариационно-разностные методы решения уравнений математической физики. Основные понятия (аппроксимация, устойчивость, сходимость).
 - 20 Методы построения разностных схем (метод сеток, интегроинтерполяционный метод, метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений.
 - 21 Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость.
 - 22 Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач; методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой динамики). Дивергентные и монотонные разностные схемы. Схемная и искусственная вязкость.
 - 23 Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы (прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции). Метод последовательной верхней релаксации, неявные схемы

с эквивалентными по спектру операторами, попеременно-треугольный метод. Методы расщепления и переменных направлений. Понятие о методе Федоренко. Оценки скорости сходимости.

24 Методы решения обратных и некорректных задач. Применение методов регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационных методов для решения вырожденных, несовместных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений и интегральных уравнений первого рода

4. Критерии оценивания ответа

Отлично	<p>Полно раскрыто содержание вопросов; материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности, правильно используется терминология; показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации; продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, ответ прозвучал самостоятельно, без наводящих вопросов.</p>
Хорошо	<p>Ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «отлично», но при этом может иметь следующие недостатки: в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание ответа допущены один -два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию; допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию</p>
Удовлетворительно	<p>Неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса. Имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих вопросов.</p>
Неудовлетворительно	<p>Имели место существенные упущения при ответах на все вопросы билета или полное несоответствие по более чем 50% материала вопросов билета</p>

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение

5.1 Основная литература

- 1 Рогова, Н. В. Вычислительная математика : учебное пособие / Н. В. Рогова, В. А. Рычков. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 167 с.
- 2 Вычислительная математика. Часть 1 : учебное пособие / В. Н. Варапаев, Ю. В. Осипов, Г. Л. Сафина, Н. Н. Рогачева. — Москва : Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2017. — 88 с.
- 3 Блатов, И. А. Вычислительная математика : учебное пособие / И. А. Блатов, О. В. Старожилова. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 205 с.
- 4 Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. — 2 – е изд., стер. — Санкт – Петербург : Лань, 2009. — 272 с.
- 5 Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. — 8 – е изд., стер. — Санкт – Петербург : Лань, 2011. — 672 с.
- 6 Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — 7 – е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 572 с.
- 7 Леонтьева, Т. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. – Москва: НИЦ Инфра – М, 2013. – 164 с.
- 8 Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики : учебное пособие / М. М. Карчевский. — 2 – е изд., испр. — Санкт – Петербург : Лань, 2016. — 164 с.
- 9 Соболева, Е. С. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики : учебное пособие / Е. С. Соболева, Г. М. Фатеева. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 96 с.
- 10 Ильин, А. М. Уравнения математической физики : учебное пособие / А. М. Ильин. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 192 с.
- 11 Плохотников, К. Э. Базовые разделы математики для бакалавров в среде MATLAB / К. Э. Плохотников. – Москва : Инфра – М; Вузовский учебник, 2014. – 571 с.
- 12 Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9 – е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с. 10. Бахвалов, Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под редакцией В. А. Садовниченко. — 4 – е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 243 с.

5.2. Дополнительная литература

- 1 Треногин, В. А. Функциональный анализ : учебник / В. А. Треногин. — 4 – е, изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 488 с.
- 2 Сухинов, А. И. Лекции по функциональному анализу: учебное пособие / А.И. Сухинов, И.П. Фирсов. – Ростов – на – Дону: Издательство ЮФУ, 2009. – 189 с.
- 3 Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие / В. С. Владимиров, В. П. Михайлов, Т. В. Михайлова, М. И. Шабунин. — 4 – е, изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 520 с.
- 4 Владимиров, В. С. Уравнения математической физики : учебник / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2000. — 400 с.
- 5 Срочко, В. А. Численные методы. Курс лекций : учебное пособие / В. А. Срочко. — Санкт – Петербург : Лань, 2010. — 208 с.

5.3 Интернет ресурсы

1. Scopus, база данных рефератов и цитирования, <http://www.scopus.com>.
2. ScienceDirect (Elsevier), база данных научного цитирования, естественные науки, техника, медицина и общественные науки, <http://www.sciencedirect.com>.
3. :Web of Science Core Collection – международная междисциплинарная база данных научного цитирования, <http://www.webofknowledge.com>.
4. Электронно-библиотечная система издательства «ЛАНЬ», <http://e.lanbook.com>.
5. Университетская библиотека ONLINE, электронно-библиотечная система, <http://biblioclub.ru/>.
6. Образовательная платформа - электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», <https://urait.ru/>.
7. Электронно-библиотечная система Znanium.com, <http://www.znanium.com>.
8. Центральная Научная Библиотека имени Н.И. Железнова, <http://www.library.timacad.ru>.
9. United Nations Environment Program: www.unep.org.
10. eLIBRARY.RU Научная электронная библиотека, <http://elibrary.ru/>.
11. Национальная электронная библиотека, <https://rusneb.ru/>.
12. Электронная библиотека IOP Science дома научного контента от IOP Publishing, <http://iopscience.iop.org/>.
13. Электронная библиотека SPIE. Digital library, <http://spiedigitallibrary.org/>.
14. Архив научных журналов Министерства образования и науки Российской Федерации, <http://archive.neicon.ru/xmlui/>.
15. Библиотека издательства Annual Reviews, библиотека журналов <http://www.annualreviews.org>.
16. Библиотека Российского фонда фундаментальных исследований, <http://www.rfbr.ru/rffi/ru/library>.
17. Центральная научная библиотека ФИЦ КНЦ СО РАН, <http://cnb.krasn.ru>.

18. Электронная библиотека Nature, <http://www.nature.com>.
19. Электронная библиотека Science, <http://www.sciencemag.org>.
20. База данных научного цитирования издательства Taylor&Francis Group, <http://www.tandfonline.com/>.
21. Онлайн-библиотека Wiley Online Library, <http://onlinelibrary.wiley.com>.
22. Электронная библиотека журналов открытого доступа ACS Publications, <http://pubs.acs.org/>.
23. Электронная библиотека журналов Американского физического общества APS physics, <http://publish.aps.org>.
24. Электронно-библиотечная система Scitation, издательство AIP Publishing Books, <http://scitation.aip.org/>.
25. Цифровой образовательный ресурс – электронная библиотечная система IPR SMART, <http://www.iprbookshop.ru/>.
26. Библиотека издательства Oxford Academic, <http://www.oxfordjournals.org>.
27. Справочная библиотека издательства Oxford University Press, цифровая платформа Oxford Reference, <http://www.oxfordreference.com>.
28. Электронная система исследовательских журналов мирового уровня открытого доступа SAGE journals, <http://online.sagepub.com/>.

Согласовано:

Заведующий кафедрой фундаментальных
дисциплин и методологии науки



В.В. Минеев

Заведующий аспирантурой

Е.В. Нефедова

Декан факультета подготовки кадров



А.Н. Кокорин